

EXERCICE 20

La compagnie Oui SNCF doit remplir un train de 180 places. Comme elle sait que le taux de défections habituel (indépendantes les unes des autres) des personnes ayant acheté un billet est de 8 %, elle décide de mettre plus de 180 billets en vente. On appelle n le nombre de billet mis en vente et X le nombre de passagers prenant réellement le train.

- 1) a) Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
b) Déterminer l'espérance de X en fonction de n .
- 2) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le nombre de billets à vendre pour être sûr au seuil de 95 % de ne pas vendre trop de billets que ne peut contenir le train.

1) a) On a n évènements indépendants et pour chacun d'entre eux on a deux issues possibles :

Succès : soit le voyageur honore sa réservation avec une probabilité $p = 0,92$

Echec : soit le voyageur annule sa réservation avec une probabilité $q = 1 - p = 0,08$.

Donc X , associé au nombre de succès, suit donc la loi binomiale $\mathcal{B}(n ; 0,92)$.

b) On a : $E(X) = 0,92n$.

2) On doit déterminer n tel que : $p(X \leq 180) \geq 0,95$.

À l'aide de la calculatrice :

- on rentre la fonction : $Y_1 = \text{binomFRép}(X, 0,92, 180)$.
- On établit un tableau de valeur de Y_1 de valeur initial 180 avec un pas de 1.
- On choisit la valeur de X jusqu'à laquelle $Y_1 \geq 0,95$

On trouve alors $n = 189$

X	Y1
184	0.9998
185	0.9993
186	0.9977
187	0.9939
188	0.9856
189	0.97
190	0.9438
191	0.904
192	0.8488
193	0.7781
194	0.6941